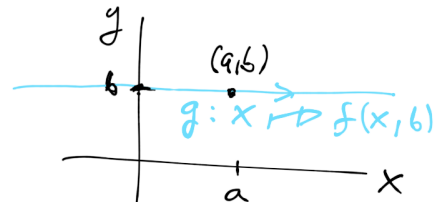


Lista 1b

Lista 1bMA211
2023-1

derivadas parciais, interpretação geométrica,
EDPs: Laplace, onda, calor.

Dado $f: \mathbb{R}^2 \supset D \rightarrow \mathbb{R}$, $(a, b) \in D$.
 $(x, y) \mapsto f(x, y)$



Def.: Se $g(x) := f(x, b)$ tem

derivada no ponto a ,

então esta derivada $g'(a) := \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h) - g(a)}{h}$

é chamado de

derivada parcial de f em relação a x
no ponto (a, b)

e denotado

$$f_x(a, b) := g'(a), \quad g(x) := f(x, b). \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h, b) - f(a, b)}{h}$$

Analogamente $f_y(a, b)$ usando a funç. $G(y) := f(a, y)$...

Exc.1 Seja $f(x, y) = 16 - 4x^2 - y^2$.

14.3

Determine $f_x(1, 2)$ e $f_y(1, 2)$ e interprete como inclinações.

11

Exc.2 Determine as derivadas parciais de primeira ordem da função

a) $f(x, y) = y^5 - 3xy$

15

b) $f(x, t) = e^{-t} \cos(\pi x)$

17

c) $f(x, y) = \frac{x}{y}$

21

d) $F(x, y) = \int_y^x \cos(et) dt$

29

e) $f(x, y, z) = \ln(x + 2y + 3z)$

33

f) $f(u_1, \dots, u_n) = \sqrt{u_1^2 + \dots + u_n^2}$

39

Exc.3 Determine as derivadas indicadas: 63

$$f(x, y) = x^4 y^2 - x^3 y ; f_{xxx}, f_{yxx}$$

Exc.4 Seja $f(x, y, z) = xy^2z^3 + \arcsen(x\sqrt{z})$,
 determine f_{xyz} . 71
 [Dica: Qual ordem da diferenciação é mais fácil?]

Exc.5 Eq. da condução do calor: $u_t = \alpha^2 u_{xx}$. 75
 Verifique se $u(t, x) = e^{-\alpha^2 k^2 t} \cdot \text{sen}(kx)$
 é uma solução. ($\alpha \in \mathbb{R}$ constante).

Exc.6 Eq. de Laplace 3D: $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$. 77
 Verifique se $u(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$
 é uma solução.

Exc.7 A energia cinética de um corpo com 91
 massa m e velocidade v é $T = \frac{1}{2}mv^2$.
 Mostre que $\frac{\partial T}{\partial m} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial v^2} = T$.

Exc. 8 Dado $f(x, y) = x(x^2 + y^2)^{-3/2} e^{\sin(x^2 y)}$,
 determine $f_x(1, 0)$. 99

[Dica: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h, 0) - f(1, 0)}{h}$]

Exc. 9 Verdadeiro ou falso:

Existe $f(x, y)$ t.q.

e $f_x(x, y) = x + 4y$

$f_y(x, y) = 3x - y$.